

ASPETTI MATEMATICI DELLA MECCANICA QUANTISTICA - FM450

Proposte di temi d'esame

1. Metodi stazionari in teoria dello scattering e autofunzioni generalizzate [Ag75], [RS81, Ch.XI.6], [Sc81, Ch. 12]
2. Processi di diffusione a più canali [Pr81, Ch.V.8]
3. Teoria dello scattering per potenziali a lungo range [RS81, Ch.XI.9], [Sc81, Ch.7]
4. Risultati sullo spettro singolare continuo [RS81, Ch.XI.4, XIII.6-10]
5. Perturbazione dello spettro puntuale [RS81, Ch.XII]
6. Interazioni puntuali e approssimazione con potenziali regolari [AGHH88, Ch.1.1, 1.3], [BEH08, Sec.14.6]
7. Interazione puntuale in dimensione $d = 1$ (autoaggiunzione e scattering) [AGHH88, Ch.1.3], [Te18, Ch.8].
8. Guide d'onda quantistiche [BEH08, Ch.16], [EK15, Ch.1]
9. Grafi quantistici [BEH08, Ch.17], [EK15, Ch.8]
10. Operatori di Schrödinger con potenziali periodici e Teoria di Bloch [BS91, Ch. 2.8 e 3.5]
11. Stabilità della materia, disuguaglianze di Lieb-Thirring, criterio di Birman-Schwinger [BEH08, Ch.13 e 14], [Co, Ch.10], [LS10, Ch.2-4]
12. Simmetrie quantistiche, teoremi di Wigner e Kadison, Spin [Mo17, Ch.12], [Mo19, Ch.7]
13. Approccio logico/proposizionale, teorema di Gleason [BEH08, Ch.13], [Ja68, Ch.5, 8], [Mo17, Ch.7], [Mo19, Ch.4]
14. Variabili nascoste, entanglement, Paradosso di Einstein-Podolsky-Rosen, disuguaglianze di Bell [Be64], [Ja68, Ch.7], [Mo17, Ch.13.4], [Mo19, Ch.5]
15. Formulazione algebrica della Meccanica Quantistica, teorema di Gelfand–Naimark–Segal [Mo17, Ch.14], [Mo19, Ch.8], [St08, Ch.2]
16. Seconda quantizzazione e teorie di campo quantistiche [BEH08, Ch.12], [Jo65], [RS81, Ch. IX.8, X.7]

Altre tematiche possono essere concordate con il docente.

Gli studenti del **Corso di Dottorato** possono scegliere tra le seguenti opzioni:

- a) uno dei punti 1-4, oppure approfondire uno degli argomenti trattati a lezione su teoria dello scattering;
- b) discussione di un articolo tra [BFKLR17, BMN17, EK19, MPS18, MP19], oppure di uno dei lavori citati in [Si78].

Riferimenti bibliografici

- [Ag75] S. Agmon, *Spectral properties of Schrödinger operators and scattering theory*, Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa - Classe di Scienze, Serie 4, Volume 2, no. 2, pp. 151-218 (1975).
- [AGHH88] S. Albeverio, F. Gesztesy, R. Høegh-Krohn, H. Holden, *Solvable Models in Quantum Mechanics*, AMS Publishing (1988).
- [BFKLR17] J. Behrndt, R.L. Frank, C. Kühn, V. Lotoreichik, J. Rohleder, *Spectral Theory for Schrödinger Operators with δ -Interactions Supported on Curves in \mathbb{R}^3* , Ann. Henri Poincaré **18**, 1305–1347 (2017).
- [BMN17] J. Behrndt, M.M. Malamud, H. Neidhardt, *Scattering matrices and Dirichlet-to-Neumann maps*, J. Funct. Anal. **273**(6), 1970–2025 (2017).
- [Be64] J.S. Bell, *On the Einstein-Poldolsky-Rosen paradox*, Physics **1**(3), 195–200 (1964).
- [BS91] F.A. Berezin and M.A. Shubin, *The Schrödinger Equation*, Springer (1991).
- [BEH08] J. Blank, P. Exner, M. Havlicek, *Hilbert Space Operators in Quantum Physics* (2nd ed.), Springer (2008).
- [Co] M. Correggi, *Mathematics of Quantum Mechanics* (lecture notes), reperibile sul sito: <https://sites.google.com/view/michele-correggi/teaching>
- [EK15] P. Exner and H. Kovarik, *Quantum Waveguides*, Springer (2015).
- [EK19] P. Exner and S. Kondej, *Scattering on Leaky Wires in Dimension Three*, Anal. Op. Theory, 81–91 (2019).

- [Ja68] J.M. Jauch, *Foundations of quantum mechanics*, Addison-Wesley Publishing Company (1968).
- [Jo65] R. Jost, *The general theory of quantized fields*, American Mathematical Society (1965).
- [LS10] E.H. Lieb and R. Seiringer, *The Stability of Matter in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press (2010).
- [MPS18] A. Mantile, A. Posilicano, M. Sini, *Limiting absorption principle, generalized eigenfunctions, and scattering matrix for Laplace operators with boundary conditions on hypersurfaces*, J. Spectr. Theory **8**(4), 1443-1486 (2018).
- [MP19] A. Mantile and A. Posilicano, *Asymptotic completeness and S-matrix for singular perturbations*, Journal de Mathématiques Pures et Appliquées **130**, 36-67 (2019).
- [Mo17] V. Moretti, *Spectral Theory and Quantum Mechanics*, Springer UNITEXT (2017).
- [Mo19] V. Moretti, *Fundamental Mathematical Structures of Quantum Theory*, Springer Nature Switzerland (2019).
- [Pr81] E. Prugovecki, *Quantum Mechanics in Hilbert Space*, Academic Press (1981).
- [RS81] M. Reed and B. Simon, *Methods of Modern Mathematical Physics - Vol. I-IV*, Academic Press (1981).
- [Sc81] M. Schechter, *Operator Methods in Quantum Mechanics*, Elsevier (1981).
- [Si78] B. Simon, *An overview of rigorous scattering theory*, in Atomic scattering theory, J. Nuttall (Ed.), University of Western Ontario (1978).
- [St08] F. Strocchi, *An Introduction to the Mathematical Structure of Quantum Mechanics: A Short Course for Mathematicians*, World Scientific (2008).
- [Te18] A. Teta, *A Mathematical Primer on Quantum Mechanics*, Springer (2018).